

Зміст

Вступ.....	3
1. Математична модель джгутових пульсацій тиску і алгоритм їх розрахунку...6	
2. Визначення інтенсивності вихрового джгута у відсмоктуючій трубі на основі рішення прямих задач.....11	
3. Геометричні параметри вихрових джгутів	18
4. Результати чисельного експерименту та побудова пульсаційних характеристик.....21	
Висновок.....	23
Список джерел інформації.....	24

Вступ

Проблеми визначення низькочастотних пульсацій тиску (ПТ) в гідротурбінах (ГТ) виникли достатньо давно у зв'язку з випадками підвищеної вібрації і зруйнувань гідроагрегатів.

Першими спробами створити математичну модель (ММ) руху вихрового джгуту (ВД) у відсмоктуючій трубі (ВТ) були зроблені Кельвіним, Аккеретом, Ухімаро [1]. Але отримані результати не співпадали з дійсними. Значний вклад у питання визначення частоти коливань тиску, викликаних обертанням ВД, був зроблений Рейнгансом на основі дослідів [2]. Він запропонував формулу $f_{ж} = \frac{n}{60k}$, де $k=3,6$. Подальші дослідження показали, що для різних типів турбін і різних режимів k може змінюватися з 2 до 4.

На основі двомірної теорії вихрів Мураками М. розробив ММ руху ВД з урахуванням стінки ВТ[1]. В ця ММ описує течію завдяки упровадженню двох вихорів – основного і відображеного на зовнішню область відносно стінки ВТ. Припускаючи, що ексцентрично розташований основний вихор рухається разом з потоком, створеним сполученим вихором, автор обчислює швидкість цього руху, потім визначає частоту п.т. від обертання ВД $f = \frac{m\Gamma}{4\pi^2 R^2}$, де m – параметр, залежний від ексцентриситету вихору і його діаметру, R – радіус ВТ.

Сила, діюча на ВТ, представлена як горизонтальна реакція, виникаюча у результаті обертання води разом з ексцентричним ВД. Величину і напрямок цієї сили знаходять через зміну кількості руху, яка викликана вихровим шнуром. При цьому шнур припускається прямоосним, а циркуляція, яка входить у вираз для визначення частоти ті амплітуди пульсацій сили, визначається як середня по радіусу у ВТ за робочим колесом (РК).

За аналогією з попередньою роботою, у роботі Нехлеба М. [3] визначається швидкість, яка індукується зовнішнім вихором у місці

розташування вихора в трубі, а також кутова швидкість вихору відносно центру окружності, як

$$V_y = \frac{\Gamma}{2\pi} \cdot \frac{1}{\frac{R^2}{e} - e}, \quad (1)$$

$$\omega = \frac{V_y}{e} = \frac{\Gamma}{2\pi(R^2 - e^2)}, \quad (2)$$

де e – ексцентриситет основного вихору.

Зневажаючи на величину e^2 по відношенню до R^2 , використовуючи (2) автор отримує формулу для визначення періода обертання ВД

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{4\pi^2 R^2}{\Gamma}. \quad (3)$$

На відміну від роботи Мураками [1], автор роботи, яку розглядаємо, приймає циркуляцію ВД, рівну циркуляції на границі течії, тобто на стінці ВТ $\Gamma = 2\pi R V_{UR}$.

У роботах [1] та [3] визначається сила, діюча на ВТ, але не визначаються амплітуди ПТ, які необхідні для оцінки не стаціонарності згідно коду МЕК, а також ці м.м. не враховують просторову (гвинтоподібну) форму ВД.

Подальший розвиток теоретичних дослідів низькочастотних ПТ отримали місце у роботі Пазі Л.Г. [4], який запропонував фізичну і ММ ВД гвинтоподібної форми. Передбачалося, що ВД виникає при відриві просторового пограничного слою внаслідок обтікання втулки і обтікателя РК; так як відрив пограничного слою проходить по окружності при вісесиметричному зовнішньому потоці, то з'являється вихровий слід, маючий форму тіла обертання. Який потім, внаслідок втрати стійкості, трансформується у гвинтовий вихор з кінцевим поперечним січенням. Циркуляція вихора дорівнює циркуляції зовнішнього потенціального потоку.

Така фізична модель ВД представляється недостатньо обґрунтованою, так як в цьому випадку на оптимальному режимі роботи повинен бути ВД, а також і жгутові ПТ. В той же час відомо, що у зоні оптимуму універсальної характеристики ВД не виникає.

У роботах проф. Григор'єва В.І. [5] розглянута двохвимірна і трьохвимірна ММ руху ВД. На відміну від робіт Мураками [1] та Нехлеба [3] вплив стінки ВТ враховується заміною її вихровим шаром змінної інтенсивності. В плоскій задачі [4] сумарна швидкість від виходу і вихрового шару на стінці ВТ визначається як

$$V_{\varphi_0} = V_{\varphi_s} + \int \frac{\gamma(l)dl}{2\pi\rho} + \frac{\gamma(l_0)}{2}, \quad (4)$$

де V_{φ_s} - окружна швидкість, індукуємо основним вихором.

Для визначення тиску по розрахованим швидкостям використовується інтеграл Коши-Лагранжа [4]. Виконані автором розрахунки з використанням цієї моделі дали значні перевищення амплітуд ПТ (в 2-4 рази) порівняно з експериментом. Тому Григор'єв В.І. в цих роботах розглянув також просторову модель ВД и вигляді циліндричної гвинтової спіралі, аналогічно [6, 7].

В якості граничної умови прийнята умова «непротікання» через стінку ВТ, тобто рівність суми радіальних швидкостей від вихора і вихрового шару. Це призвело до інтегрального рівняння Фредгольма 1-го роду з невідомою функцією $\gamma(\alpha_2)$ і параметра λ :

$$\lambda \int \gamma(\alpha_2) \varphi(\alpha_1, \alpha_2) d\alpha_2 = f(\alpha_1). \quad (5)$$

Із рішення (5) можна визначити функцію $\gamma(\alpha_2)$, використовуючи яку можна розрахувати швидкість на стінці ВТ, яка індукується усією вихровою системою.

Проте ця методика не була автором доведена до чисельного експерименту на ЕОМ, в першу чергу у зв'язку з некоректністю рівняння (5) [8].

Чисельні ММ вихрового потоку у ВТі, які базуються на рішенні осереднених рівнянь Рейнольдса з врахуванням моделей турбулентності [9-12], дозволяють визначити рівні не стаціонарності у в'язкій рідині. Обмеженням для цього моделювання може бути деякий рівень нестійкості потоку у ВТ. Одною з перших спроб чисельного моделювання в'язкого потоку з гвинтовим вихором у гідротурбінах на основі вищевказаної ММ була модель Скотака А. [11] для

просторової сітки з великою кількістю розрахункових точок. При цьому широко використовувались результати експериментальних досліджень, отриманих Улісом, Фішером, Фалвеєм, Кассиди і Фанеллі.

На теперішній час не має достатньо надійних ММ для розрахунку ПТ від 2х і більше ВД. Експериментальні дослідження показали, що вони мають місце на нерозрахункових режимах, далеких від оптимума універсальної характеристики.

1. Математична модель джгутових пульсацій тиску і алгоритм їх розрахунку

В більшості випадків ВД мають складну форму, яка наближається до просторової спіралі. Тому стінка ВТ, як і у роботі д.т.н. Григор'єва В.І., моделюється вихровою поверхнею, яка складається з нескінченно великого числа тонких вихрових шнурів змінної інтенсивності з кроком, рівним кроку фізичних ВД. Задача розглядається у квазістаціонарній постановці, рідина нев'язка. При визначенні індукованих швидкостей, потік поза вихором приймається потенціальним. Також в цій моделі врахований вісесиметричний потік, який зумовлений проходженням рідини через РК. Задача зводиться до пошуку швидкостей у будь-якій точці ВТ.

Сумарна швидкість у ВТ записується

$$V = \sum_{s=1}^{z_{жс}} V_{жсs} + V_n + V_q, \quad (6)$$

де $V_{жсs}$ - швидкості, що індуковані фізичними ВД;

V_n - швидкість, що індукована вихровою поверхнею;

$V_q = V_{qz} + V_{q\phi}$ - швидкість додаткового вісесиметричного потоку, де V_{qz} - осьова складова, $V_{q\phi}$ - окружна складова додаткового потоку;

$z_{жс}$ - число ВД;

s – порядковий номер фізичних ВД, $1 \leq s \leq z_{жс}$.

Складові швидкості, що індуковані вихровими жгутами, визначаються з формул, які наведені у роботі Кочіна М.Є. Після їх перетворення, можна записати у проекціях на осі циліндричної системи координат:

$$\left. \begin{aligned} V_{\text{жсr}} &= \frac{\Gamma \bar{e} R^2 \text{tg} \beta_{\text{жс}}}{4\pi z_{\text{жс}}} \int_{\alpha_{\text{SH}}}^{\alpha_{\text{SK}}} \frac{\sin(\alpha_S - \varphi) - (\alpha_S - \alpha_{S1}) \cos(\alpha_S - \varphi)}{\rho_S^3} d\alpha \\ V_{\text{жс}\varphi} &= \frac{\Gamma \bar{e} R^2 \text{tg} \beta_{\text{жс}}}{4\pi z_{\text{жс}}} \int_{\alpha_{\text{SH}}}^{\alpha_{\text{SK}}} \frac{\bar{r} - \bar{e} \cos(\alpha_S - \varphi) + (\alpha_S - \alpha_{S1}) \sin(\alpha_S - \varphi)}{\rho_S^3} d\alpha \\ V_{\text{жсz}} &= \frac{\Gamma \bar{e} R^2}{4\pi z_{\text{жс}}} \int_{\alpha_{\text{SH}}}^{\alpha_{\text{SK}}} \frac{\bar{e} - \bar{r} \cos(\alpha_S - \varphi)}{\rho_S^3} d\alpha \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

де $z_{\text{жс}}$ - число фізичних ВД;

ρ_S - відстань між точкою на ВД $M_S(e, \alpha_S, \zeta)$ і точкою $N(r, \varphi, z)$ в довільному місці ВТ для випадку з декількома фізичними ВД;

$$\alpha_S = \alpha + \frac{2\pi}{z_{\text{жс}}} (s-1),$$

$$\rho_S = R \sqrt{\bar{r}^2 - 2\bar{e}\bar{r} \cos(\alpha_S - \varphi) + \bar{e}^2 [1 + (\alpha_S - \alpha_{S1})^2 \text{tg}^2 \beta_{\text{жс}}]}^{1/2}$$

Швидкості, які індуковані вихровою поверхнею, що моделює стінки ВТ, є функціями багатьох параметрів

$$\vec{V}_n = f(e, \beta_{\text{жс}}, \gamma(\alpha_2), \varphi, \alpha, \rho_n) \quad (8)$$

Невідома функція $\gamma(\alpha_2)$ в (8) визначається при виконанні граничних умов на стінці ВТ:

$$\sum_{s=1}^{z_{\text{жс}}} V_{\text{жсrs}} + V_{nr} = 0, \quad (9)$$

$$R \sin \beta_n \int_0^{2\pi} \gamma(\alpha_2) d\alpha_2 = -\Gamma \quad (10)$$

де $\gamma(\alpha_2)$ - напруженість вихрового шару, що моделює стінку ВТ;

$\beta_{\text{жс}}$ - кут нахилу вихрової лінії вихрової поверхні;

$\Gamma = \Gamma_{2\text{em}}$, а $\Gamma_{2\text{em}}$ - циркуляція за РК біля втулки.

Ці умови дозволяють визначити напруженість $\gamma(\alpha_2)$ із (9) з урахуванням (10). Підставляючи із рівняння (7) вираз для $V_{жст}$ і V_{nr} з (8) у (9) і враховуючи, що $r=1$, $\alpha = const$, маємо рівняння

$$\lambda \int_0^{2\pi} \gamma(\alpha_2) F(\varphi, \alpha_2) d\alpha_2 = f(\varphi) \quad (11)$$

Рівняння у формі (11) є рівнянням Фредгольму 1 роду. Його безпосереднє рішення викликає труднощі у зв'язку з його некоректністю. Тому було запропоновано у роботі [13] функцію $\gamma(\alpha_2)$ задавати у вигляді ряду Фур'є з невідомими коефіцієнтами

$$\gamma(\alpha_2) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos k\alpha_2 + b_k \sin k\alpha_2) \quad (12)$$

З (12) витікає, що число невідомих коефіцієнтів ряду дорівнює $(2n+1)$, де n – число гармонік, k – номер гармоніки. Використовуючи другу граничну умову (10), легко знайти a_0 , тому в подальшому маємо число невідомих $2n$, які знаходимо з рішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) з числом рівнянь також $2n$, які побудовані на основі граничної умови (9) в перетвореному вигляді (11). Підставляючи (12) в другу граничну умову (10)

знаходимо
$$a_0 = \frac{-\Gamma_{2em}}{\pi R \sin \beta_n}.$$

Уведемо в (12) позначення: $a_k = x_k$ і $b_k = x_{k+n}$, де $1 \leq k \leq n$, k – номер гармоніки. Рівняння (12) набуде вигляду [13]:

$$\gamma(\alpha_2) = \frac{-\Gamma_{2em}}{2\pi R \sin \beta_n} + \sum_{k=1}^n (x_k \cos k\alpha_2 + x_{k+n} \sin k\alpha_2) \quad (13)$$

Для розрахунку $\gamma(\alpha_2)$ необхідно визначити невідомі коефіцієнти x_k і x_{k+n} (13). Для отримання необхідного числа рівнянь треба поділити периметр розрахункового перетину ВТ на число частин, яке дорівнює подвійному числу гармонік. Так було отримано перевизначену СЛАР, яка може бути записана в матричному вигляді

$$Ax = b \quad (14)$$

де A – неквадратна матриця розмірності $(p) \times (2n)$.

Для визначення невідомих коефіцієнтів використовуємо принцип найменших квадратів. Вибір рішення ведемо по отриманій мінімальній нев'язці СЛАР. Тоді рішення СЛАР (14) має вигляд

$$\tilde{A}Ax = \tilde{A}b, \quad (15)$$

де \tilde{A} - транспонована матриця;

$\tilde{A}A$ - квадратна матриця розмірності $2n \times 2n$.

Таким чином з рішення (15) знаходимо коефіцієнти x_j , а потім визначаємо напруженість вихрового шару $\gamma(\alpha_2)$. Для реалізації системи (15) використовуємо чисельні методи Гауса з вибором головного елемента. Інтеграл, які входять у систему рівнянь, розраховуються по формулах Сімпсона і схемі інтегрування Гауса.

Маючи розподіл $\gamma(\alpha_2)$ визначаємо V_n , а потім і сумарну швидкість на стінці ВТ по (6). Осьова (витратна) та окружна (від циркуляційного вихрового потоку) складові швидкості V_q додаткового вісесиметричного потоку у (6)

визначаються по залежностях $V_{qz} = Q / \pi R^2 (1 - \sum_{i=1}^{z_{жк}} d_{жк}^2)$ і $V_{q\varphi} = \frac{\Gamma_{2пер} - \Gamma_{2ст}}{2\pi R}$ відповідно.

Розрахунки максимальної і мінімальної сумарних швидкостей проводяться у розрахунковому перетині при постійному значенні циркуляції для обраного режиму по оборотах і витраті на стінці ВТ. Визначати величину ПТ за допомогою інтеграла Коши-Лагранжа не можливо тому, що сумарний потік не є потенціальним через вихрову частину додаткового вісесиметричного потоку – циркуляційної частини (6).



Рисунок 1 – Схема розрахунку джгутових ПТ

Тому подвійну амплітуду ПТ визначаємо з використанням інтегралу Бернуллі:

$$\frac{2A}{H} = \frac{V_{\max}^2 - V_{\min}^2}{2gH}, \quad (16)$$

де A – амплітуда ПТ, м;

H – напір випробувань, м.

В (16) V_{\max} і V_{\min} визначені з урахуванням формул $V = (V_r^2 + V_\varphi^2 + V_z^2)^{1/2}$, де

$$V_r = \sum_{s=1}^{z_{\text{жс}}} V_{\text{жс}r} + V_{nr}; \quad V_\varphi = \sum_{s=1}^{z_{\text{жс}}} V_{\text{жс}\varphi} + V_{n\varphi} + V_{q\varphi}; \quad V_z = \sum_{s=1}^{z_{\text{жс}}} V_{\text{жс}z} + V_{nz} + V_{qz} \quad (\text{на стінці } \bar{r}=1, V_r=0).$$

Для розрахунку частоти ПТ визначаємо окружну швидкість на одному з фізичних ВД у розрахунковому перетині при $r=e$:

$$V'_\varphi = \sum_{s=1}^{z_{\text{жс}}-1} V_{\text{жс}\varphi} + V_{n\varphi}, \quad (17)$$

де $V_{\text{жс}\varphi}$ - окружна складова швидкості, що індукована фізичними ВД;

$V_{n\varphi}$ - окружна складова швидкості, яка індукована вихровою поверхнею, що моделює стінку ВТ;

В (17) не врахована $V_{q\varphi}$, що має невеликі значення при $\bar{e}=0 \div 0.6$.

Визначивши V'_φ , знаходимо кутову частоту обертання джгута $\omega = \frac{V'_\varphi}{R e}$ і частоту

ПТ за РК. - $f_{\text{жс}} = \frac{V'_\varphi z_{\text{жс}}}{2\pi R e}$.

Послідовність розрахунків наведена на спрощеній схемі (рис. 1)

2. Визначення інтенсивності вихрового джгута у відсмоктуючій трубі на основі рішення прямих задач

Для визначення циркуляції за РК існує кілька методів. Один з них - це розв'язок крайкової вісесиметричної задачі, яка припускає ряд допущень, у тому числі нев'язку рідину.

З іншої сторони існує ряд програмних пакетів, що використовують тривимірну модель в'язкої рідини, наприклад Flowvision.

2.1 За допомогою рівнянь вісесиметричного потоку можна розрахувати кінематичні параметри в межах вісесиметричної ділянки проточного тракту. Границями цієї ділянки є перетини на вході в статор і перетин на вході у коліно ВТ.

Слід зазначити, що рівняння вісесиметричного потоку дозволяють визначити розподіл меридіональних швидкостей $V_m = f(l)$ для ряду ліній l . Однак, при визначенні циркуляції за РК, що є основним питанням даного розділу, рівняння вирішуються тільки для однієї лінії l , що збігається з вихідною кривою лопаті (рис. 2).

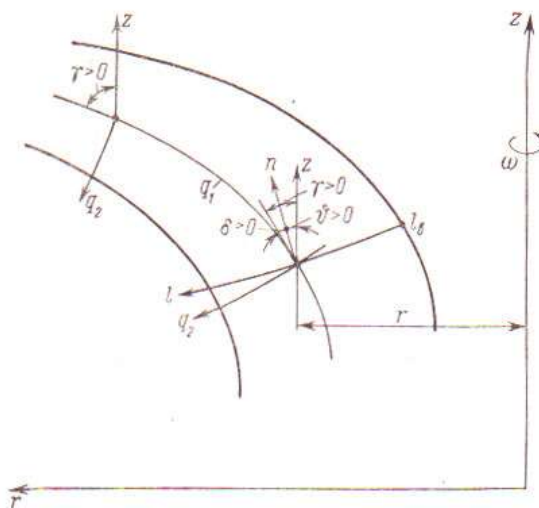


Рисунок 2 – Орти координатної сітки для рішення вісесиметричної задачі

Проектуючи на осі q_1 і q_2 осереднене рівняння абсолютного руху рідини у рухливій системі координат Громеко-Ламба при відносному потоці, який встановився, і нехтуючи силами тяжіння, але враховуючи втрати енергії вздовж проточного тракту, матиме вигляд [14]

$$\begin{aligned}
& \frac{dV_1}{dl} + \left\{ -\frac{d\beta}{dl} \operatorname{ctg} \beta + \left[\cos^2 \beta \frac{\cos \gamma}{r} - k_1 \sin^2 \beta \times \left(k_2 + \frac{1}{\chi} \frac{\partial \chi}{\partial S_1} \right) \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \right] \cos \delta + \right. \\
& \quad \left. + \frac{\partial \beta}{\partial S_1} \frac{rd\varphi}{dl} + \left(k_2 + \frac{\sin \gamma}{r} + \frac{1}{\chi} \frac{\partial \chi}{\partial S_1} \right) \sin \delta \right\} V_1 = \\
& = \left\{ 2\omega \left[-(\operatorname{ctg} \beta \cos \gamma + \operatorname{ctg} \alpha \sin \gamma) + \pi r \chi \frac{d(rV_u)_{\text{вх}}}{d\psi} \right] - 2\pi r \chi \left[\frac{dG_{\text{вх}}(\psi)}{d\psi} - \frac{dh(\psi)}{d\psi} \right] \right\} \sin^2 \beta \cos \delta, \quad (18)
\end{aligned}$$

де $K_1 = -\frac{1}{H_1 \cdot H_2} \cdot \frac{\partial H_1}{\partial q_2}$; $K_2 = \frac{1}{H_2 \cdot H_1} \cdot \frac{\partial H_2}{\partial q_1}$ - значення кривизни відповідно для ліній

току q_1 меридіонального потоку і ортогональних до них ліній q_2 ; $\chi = 1 - \frac{\delta_u}{t}$ -

коефіцієнт стиснення, де δ_u - товщина профіля в окружному напрямку.

Тригонометричні функції кутів γ і δ визначаються за наступними

залежностями: $\sin \gamma = \frac{\partial r}{\partial S_1} = -\frac{\partial z}{\partial S_2}$, $\cos \gamma = \frac{\partial r}{\partial S_2} = -\frac{\partial z}{\partial S_1}$, $\sin \delta = \frac{\partial S_1}{\partial l}$,

$\cos \delta = \frac{\partial S_2}{\partial l}$.

Істотна зміна геометричних характеристик меридіонального потоку (K_1, K_2, δ, γ) досить мало впливає на розподіл меридіональної швидкості по вихідній крайці, одержуване з розв'язку рівняння. Відповідно до сказаного геометричні характеристики меридіонального потоку (K_1, K_2, δ, γ) можуть бути задані на основі деякого вихідного потоку

Для розрахунків $V_m = f(\psi)$ уздовж вихідної крайки можна зробити кілька спрощень, які, з урахуванням робіт Гольдіна, по-перше, часто ухвалюються при розрахунках і проектуванні лопатей гідротурбін і, по-друге, приводять до скорочення часу розрахунків [14]:

$$\frac{\partial \chi}{\partial S_1} = 0 \quad ; \quad \frac{rd\varphi}{dl} = 0 \quad - \text{ умова радіальності вихідної крайки лопаті};$$

$$\frac{d(rV_u)_{\text{вх}}}{d\psi} = 0 \quad - \text{ умова сталості моменту швидкості уздовж вхідної крайки лопаті};$$

лопаті;

$$\frac{dG_{\text{вх}}(\psi)}{d\psi} = 0 \quad - \text{ умова сталості енергії потоку уздовж вхідної крайки лопаті;}$$

$$\frac{dh(\psi)}{d\psi} = 0 \quad - \text{ умова рівності гідравлічних втрат на всіх лініях струму в межах лопаті.}$$

Тоді рівняння вісесиметричного потоку (18) прийме вид:

$$\frac{dV_1}{dl} + \left\{ -\frac{d\beta}{dl} \operatorname{ctg} \beta + \left[\cos^2 \beta \frac{\cos \gamma}{r} - k_1 \sin^2 \beta \times k_2 \operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \right] \cos \delta + \left(k_2 + \frac{\sin \gamma}{r} \right) \sin \delta \right\} V_1 = 2\omega - (\operatorname{ctg} \beta \cos \gamma + \operatorname{ctg} \alpha \sin \gamma) \sin^2 \cos \delta. \quad (19)$$

З урахуванням спрощень розв'язок рівняння (19), яке нами використовується для розрахунків $V_m = f(\psi)$, може прийняти вид:

$$V_m = A^* \omega - B^* Q$$

У розглянутій спрощеній моделі геометричні характеристики меридіонального потоку $(k_1, k_2, \delta, \gamma)$ у околиці вихідної крайки передбачає також незмінними, незалежними від ω і Q .

В околиці вихідних кромek геометричні параметри поверхні $S_{2\text{ср}}$ не залежать від розподілу швидкостей на вході й значення β можна вважати постійним.

Враховуючи зазначену незалежність геометричних характеристик меридіонального потоку $(k_1, k_2, \delta, \gamma)$ і поверхні $S_{2\text{ср}}$ можна зробити висновок про незалежність від режиму роботи коефіцієнтів A^* і B^* .

Знаючи швидкість V_m , визначаємо приведену циркуляцію за РК поблизу втулки:

$$\Gamma'_{12\text{вт}} = \pi R_{\text{вт}} \left(R_{\text{вт}} \pi \frac{n'_1}{60} - V'_m \operatorname{ctg} \beta_{\text{вт}} \right)$$

$$\text{де } \beta_{\text{вт}} = \beta_{2\text{л}} + \Delta\beta, \quad (\Delta\beta \approx 1^\circ - 3^\circ)$$

Рівняння вісесиметричної крайкової задачі були запрограмовані в середовищі Mathcad.

2.2 Програмний пакет Flowvision (компанія "ТЕСИС", Росія) [15] моделює тривимірні стаціонарні й нестаціонарні плин рідини й газу. Новітній постпроцесор дозволяє швидко й ефективно аналізувати результати розрахунків. Численні фізичні моделі й адаптивна розрахункова сітка дають можливість вивчати такі складні рухи рідини, як плин із сильним закрученням, горінням, вільними поверхнями, ударними хвилями.

Для розрахунків циркуляції за РК була застосована математична модель в'язкої нестисливої рідини. У модель входять рівняння Нав'є-Стокса, що осереднене по Рейнольдсу [16]

$$\rho \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} = \text{div}(\bar{P} - \rho \bar{V}\bar{V} - \rho \bar{V}'\bar{V}')$$

та рівняння нерозривності $\text{div}\bar{V} = 0$.

Для замикання цих рівнянь використовувалась модель турбулентності SST (Shear Stress Transport), в якій турбулентна в'язкість μ_t виражається через величини k і ω наступним чином:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max\left[1, \frac{\Omega F_2}{0.31\omega}\right]},$$

де рівняння для k і ω :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla(\rho V k) = \nabla \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + \mu_t G - \rho \beta^* k \omega,$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \nabla(\rho V \omega) = \nabla \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \omega \right] + \rho \alpha G - \rho \beta \omega^2 + D_\omega.$$

Розрахунки циркуляції в себе включав створення тривимірної моделі колеса радіально-осьової турбіни PO230, завдання граничних умов на вході, власно розрахунки й обробку результатів роботи Flowvision за допомогою програмного пакета Microsoft Excel. Постобробка результатів в Excel проводилася через необхідність переходу з декартової системи координат, у якій проводяться розрахунки в Flowvision, у циліндричну й власно розрахунків циркуляції виходячи зі складових швидкості.

Отриманий результат мав деякий розкид у значеннях циркуляції для однієї точки, що обумовлене кроковою нерівномірністю потоку.

Для побудови графіка розподілу циркуляції уздовж вихідної кромки було проведено осереднення результатів розрахунків за допомогою полінома 6 ступені, виду: $y(x) = k_1 + k_2 \cdot x + k_3 \cdot x^2 + k_4 \cdot x^3 + k_5 \cdot x^4 + k_6 \cdot x^5 + k_7 \cdot x^6$

2.3 Але тому що по пакету Flowvision не досить відомостей по визначенню циркуляції за робочим колесом радіально-осьової гідротурбіни, був проведений чисельний експеримент по визначенню циркуляції за РК радіально-осьової гідротурбіни двома методами, зрівнявши результати розрахунків.

Розрахунки проводилися для трьох режимів роботи радіально-осьової ГТ РО230 з різною витратою. Приведена частота обертання $n'_1 = 65,4 \text{ хв}^{-1}$ постійна для всіх розрахунків. Приведена витрата змінювалася від 500 л/с до 700 л/с.

Результатом проведених розрахунків є графіки зміни циркуляції уздовж меридіональної проекції вихідної крайки лопаті, представлені на рис.3.

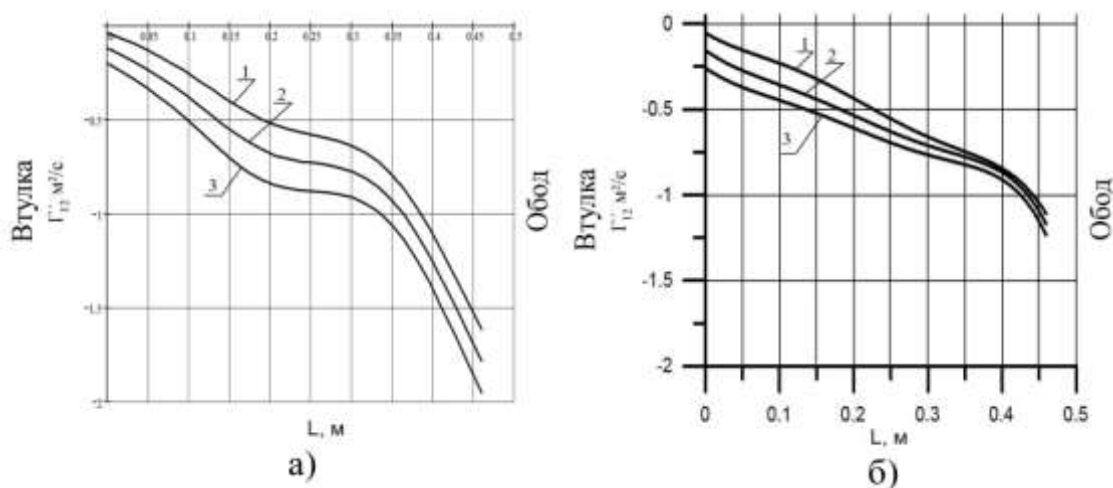


Рисунок 3 - Розподіл приведеної циркуляції Γ_{12} за робочим колесом уздовж вихідної кромки лопаті: а) розрахована по вісесиметричній кромочній завдачі, б) розрахована з використанням програми Flowvision ($n'_1 = 65,4 \text{ хв}^{-1}$ крива 1- для $Q'_1 = 500$ л/с, 2- для $Q'_1 = 600$ л/с, 3- для $Q'_1 = 700$ л/с)

2.4 Порівнюючи результати розрахунків циркуляції за РК за допомогою спрощеної вісесиметричної задачі (крайкової) і програмного пакета Flowvision, можна зробити такі висновки:

1. Якісно отримані значення розподілу наведеної циркуляції за РК подібні. Циркуляція у втулки незначна, що обумовлює невисоку інтенсивність ВД, і небагато збільшується до ободу для запобігання можливих відривних плинів у ВТі.

2. Кількісно результати розрахунків збігаються в області втулки РК й трохи розходяться в напрямку ободу. Тому що інтенсивність ВД залежить більшою мірою від циркуляції у втулки, то результати розрахунків можна вважати прийнятними для наступного їхнього використання при розрахунках пульсацій швидкості й тиску.

3. Виходячи з того, що розрахунки в Flowvision базуються на ММ плин у в'язкої рідини, можна вважати, що результати розрахунків вийшли більш точні, ніж у випадку вісесиметричної задачі. Однак розрахунки з використанням Flowvision вимагають значно більше часу. Тому для експрес оцінки нестационарності можна застосовувати розв'язок вісесиметричної задачі нев'язкої рідини. А при необхідності більш високої точності розрахунків бажане використовувати модель в'язкої турбулентної течії.

2.5 Тому в даній роботі для оцінки ПТ в полі універсальної характеристики використовувалося рішення прямої вісесиметричної задачі. В результаті був отриманий графік ізоліній циркуляції біля втулки в полі універсальної характеристики, наведений на рис. 4.

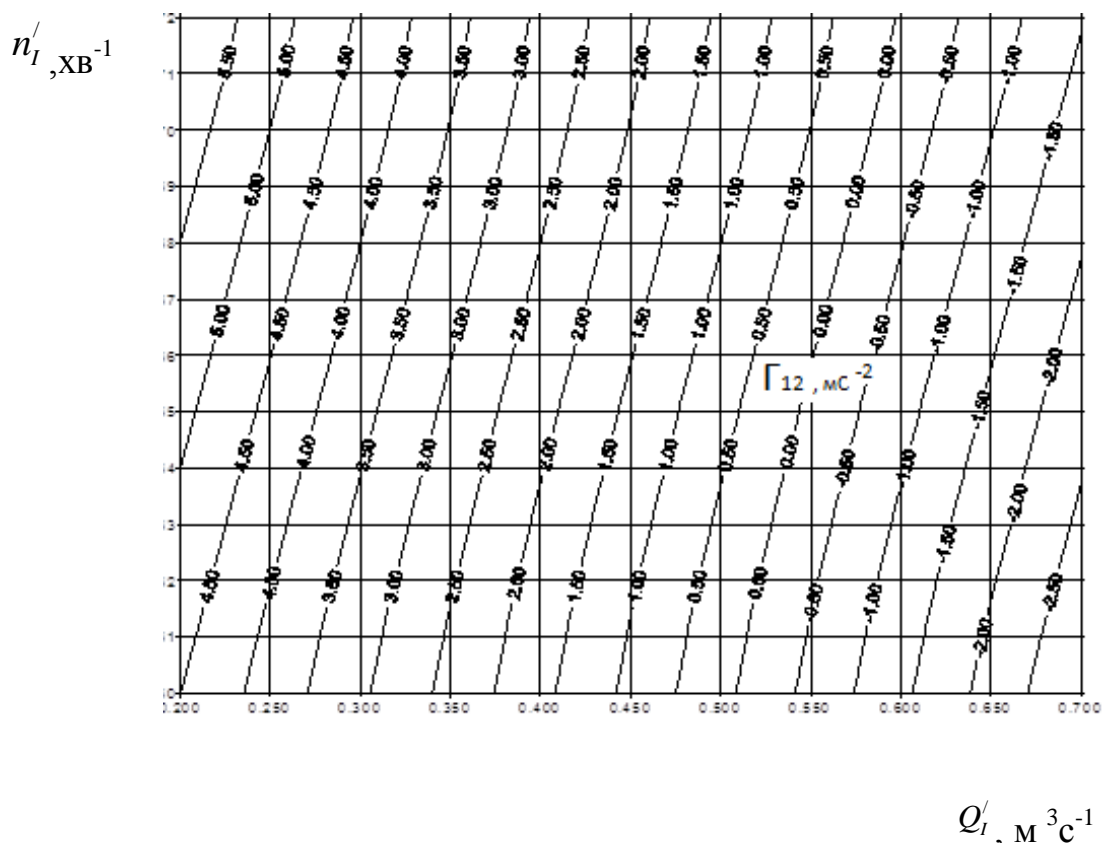


Рисунок 4 – Розподіл циркуляції – Γ_{12} за р.к. (у втулки)

3. Геометричні параметри вихрових жгутів

Для вирішення ММ ПТ необхідні залежності ексцентриситету ВД \bar{e} , діаметра його поперечного січення $\bar{d}_{жс}$, кута нахилу гвинтової лінії ВД $\beta_{жс}$. На основі візуальних досліджень потоку за РК модельних турбін були визначені апроксимаційні залежності \bar{e} , $\bar{d}_{жс}$ і $\beta_{жс}$.

Ексцентриситет та кут нахилу гвинтової лінії ВД визначалися за формулами Гришина-Бондаренка:

$$\bar{e} = k \sqrt{(n'_1 - \bar{Q}'_1) \bar{Q}'_1},$$

де k – коефіцієнт, $k=0,7$ при $\Gamma_2 \geq 0$, $k=0,45$ при $\Gamma_2 < 0$;

$$\bar{Q}'_1 \text{ – відносна приведена витрата, } \bar{Q}'_1 = \frac{Q'_1}{Q'_{1ном}};$$

$$\bar{n}'_l - \text{відносні приведені оберти, } \bar{n}'_l = \frac{n'_l}{n'_{l0nm}} ;$$

$$\beta = 90^\circ \left(1 - \frac{\bar{e} - \sqrt{\bar{e}}}{2}\right)$$

Діаметр ВД визначався за залежністю, отриманою за експериментальними даними Т. Кубото і С. Ямада [17]:

$$\bar{d}_{жс} = 2.76z - 2.001z^2 - 1.981z^3 - 2.868z^4,$$

$$\text{де } z = \bar{Q}'_l - 1.$$

Залежності можна використовувати в зоні універсальної характеристики з обмеженням $\bar{e} + \bar{d}_{жс} < 0.99$. Вони можуть бути використані з достатньою точністю для турбін РО230. Отримані ізолінії \bar{e} , β та $\bar{d}_{жс}$ приведені на рис. 5–7.

Для розрахунку пульсаційної характеристики в зоні двох ВД і більше необхідно враховувати зміну їх геометричних параметрів. При цьому при наявності одного або більше ВД повинен зберігатися зв'язок $\bar{e}_z + \bar{d}_{жс} < 0.99$ [13].

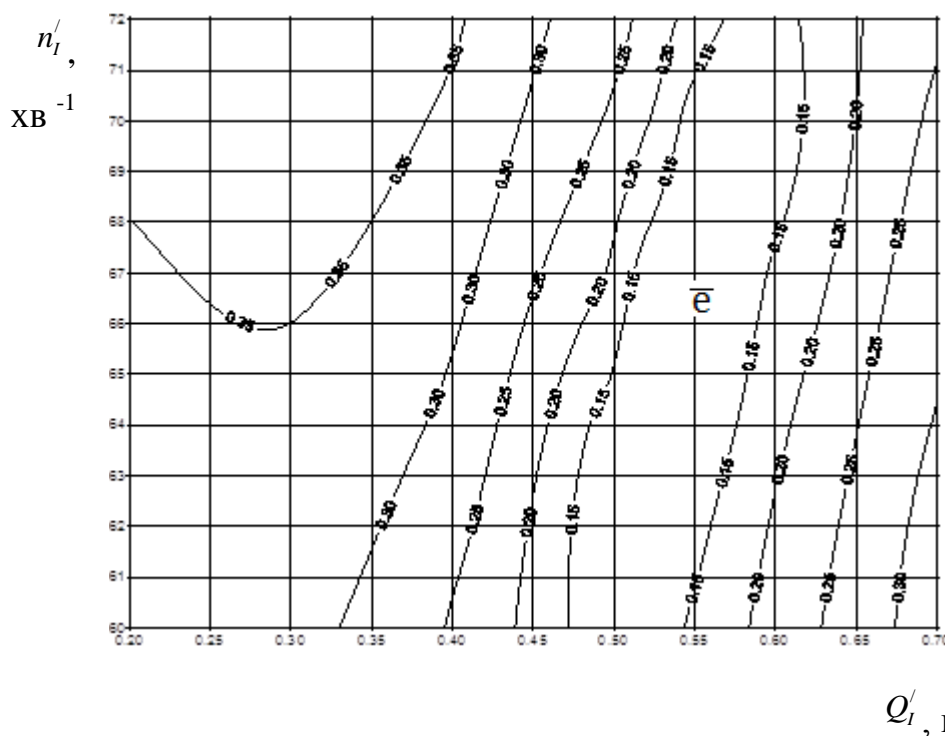


Рисунок 5 – Ізолінії ексцентриситету \bar{e} , розраховані за формулою Гришина-Бондаренко

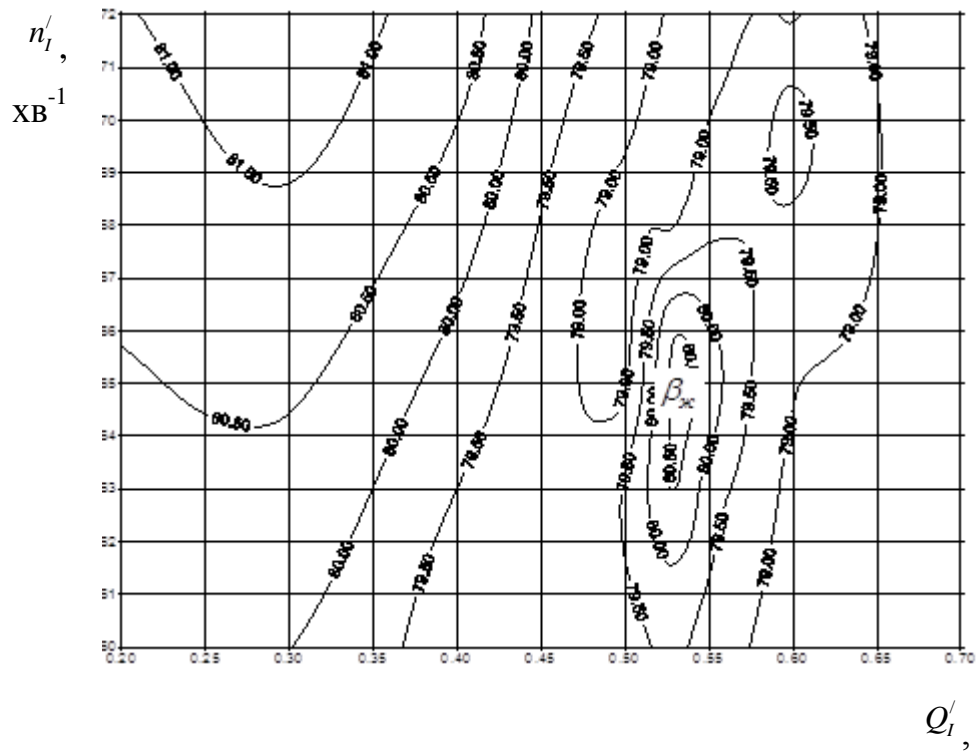


Рисунок 6 – Ізолнії кута нахилу вихрової лінії $\beta_{ж}$, розраховані за формулою Гришина-Бондаренка

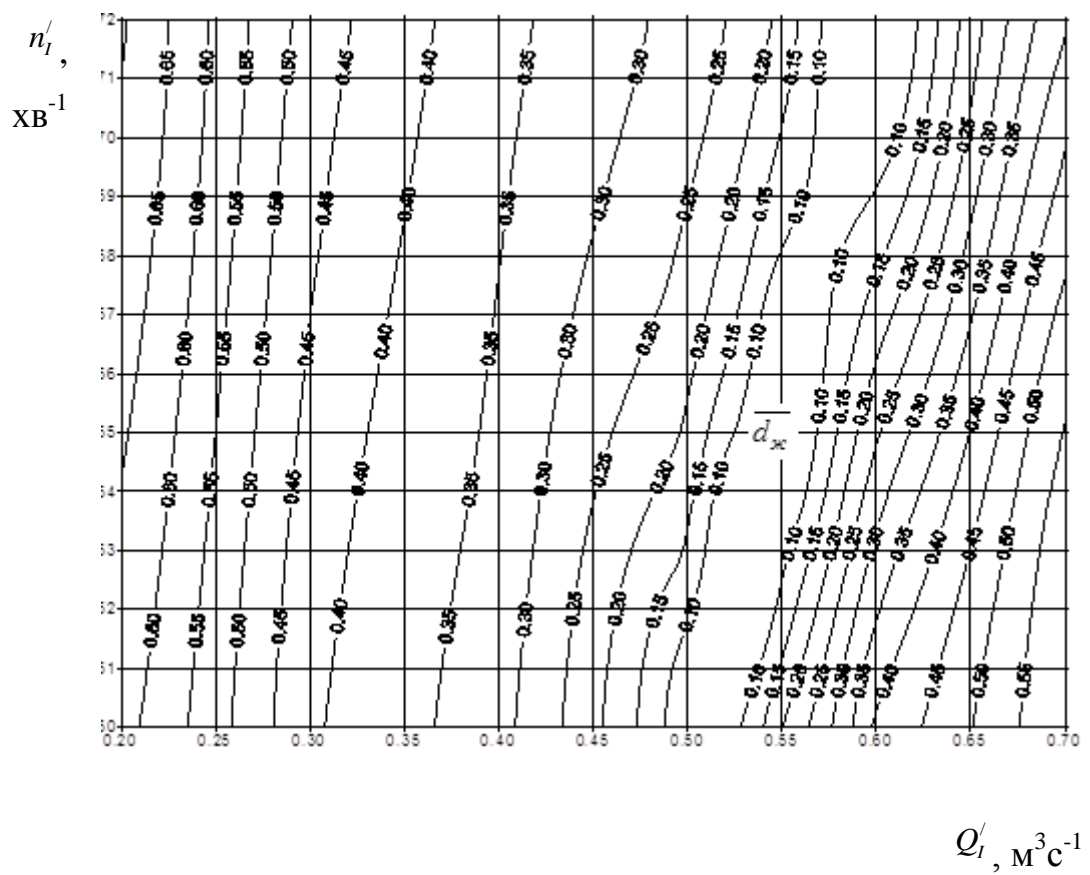


Рисунок 7 – Ізолінії діаметру джгуту $\overline{d_{жс}}$, розраховані за апроксимаційною залежністю експериментальних даних Т. Кубото і С. Ямада

4. Результати чисельного експерименту та побудова пульсаційних характеристик

Програми для прогнозування амплітуд ПТ за РК виконані на програмній мові Фортран. Чисельні експерименти проведені на комп'ютерах типу Intel Pentium. Ізолінії амплітуд і частот ПТ приведені нижче на рис.8 –9.

Треба відмітити, що точність прогнозування ПТ суттєво залежить від рівнянь, які дають змогу визначити інтенсивність ВД за РК і його геометричні параметри: ексцентриситет, кут підйому гвинтової лінії і діаметр.

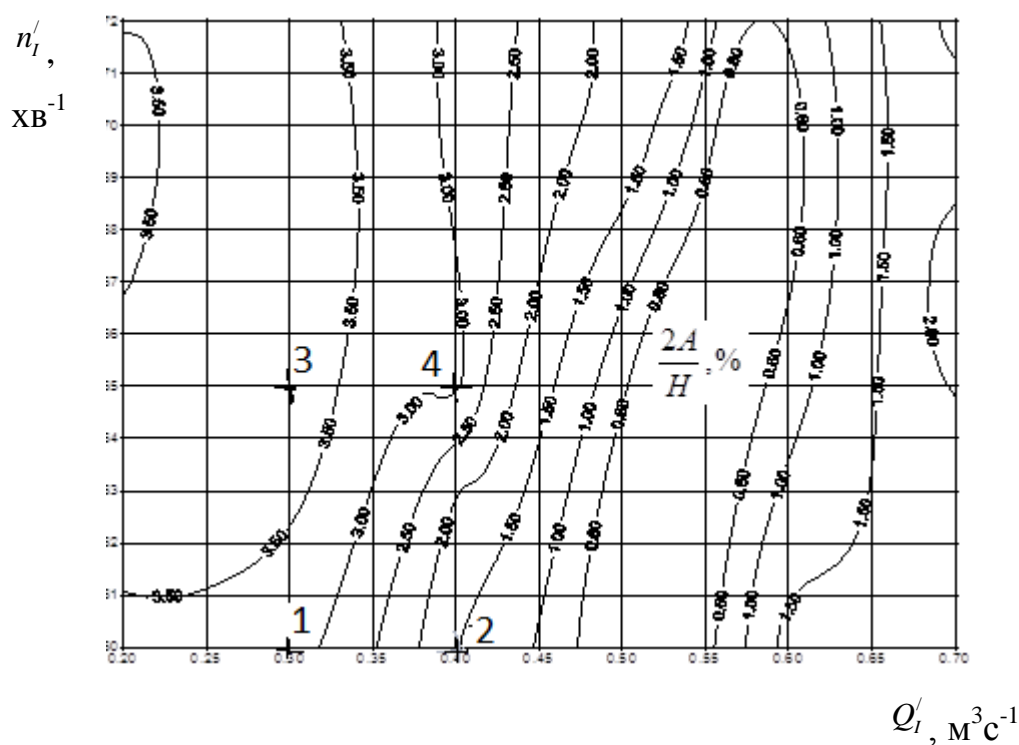


Рисунок 8 – Амплітудна пульсаційна характеристика розрахована за рішенням

інтегралу Бернуллі ($\frac{2A}{H}, \%$), 1-4 – експериментальні точки на моделі.

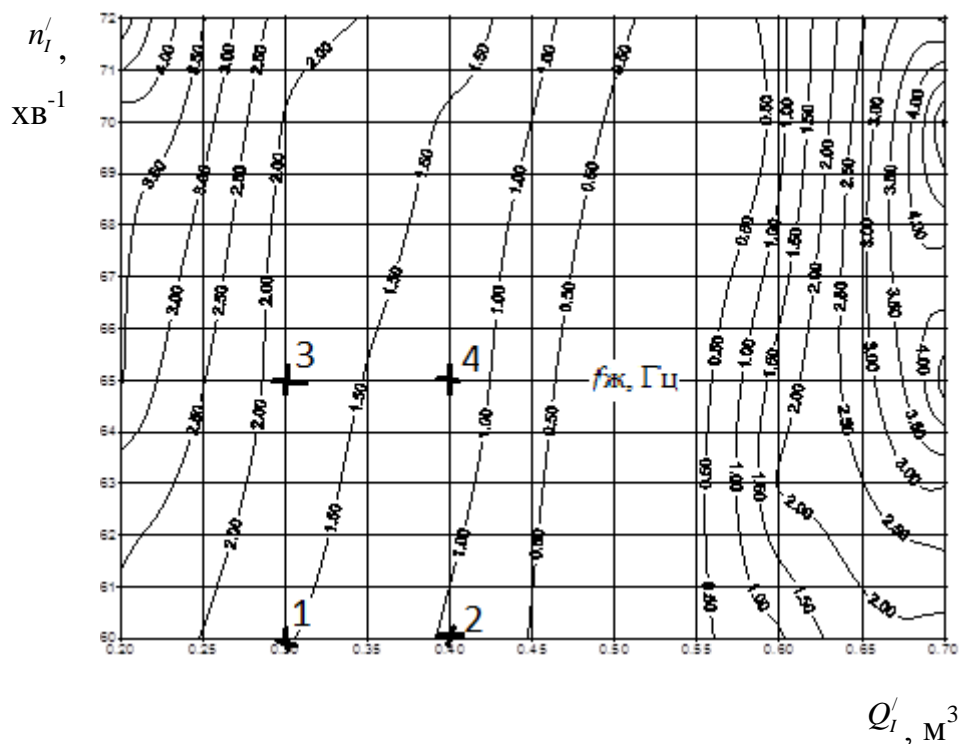


Рисунок 9 – Частотна пульсаційна характеристика ($f_{ж}$, Гц).

Для порівняння на характеристики нанесені експериментальні точки подібного РК (PO230/3234-60), значення амплітуд і частот в яких, представлені в таблиці 1. Різниця розрахункових даних з експериментальними в більшості випадків складає 10-25%.

Таблиця 1 – Експериментальні точки на моделі PO230/3234-60 (рис.8)

Амплітуди ПТ, %		Частоти, Гц	
№ точки	2A/H, %	№ точки	$f_{ж}$, Гц
1	3,5 %	1	2,2
2	1,1 %	2	1,3
3	3,8 %	3	2,1
4	2,9 %	4	1,6

Висновок

Проаналізувавши отримані з запропонованої розрахункової ММ пульсаційні характеристики і порівнявши їх з експериментальними даними, що отримані на модельній ГТ в гідротурбінній лабораторії ВАТ «Турбоатом» можна зробити висновок, що запропонована методика розрахунків амплітуд та частот джгутових ПТ у ВТ може бути використана у попередніх прогнозних розрахунках на міцність елементів проточної частини ГТ, які необхідні для забезпечення надійної роботи турбін.

Перелік джерел інформації

1. Мураками М. Вибрация отсасывающих труб гидротурбин // Труды IAHR, 1961. – Серия А, №1. – с. 48-54
2. Rheingans W. J. Power swing in hydroelectric power plant // Trans. FSME, 1940. - №62. – p. 171-184
3. Нехлеба М. Определение усилий от внецентренного вихря, действующих на отсасывающую трубу // Энергомашиностроение. – 1963. - №4. – с. 23-26
4. Пази Л. Г. Исследование периодических пульсаций давления в отсасывающих трубах гидротурбин // Труды ВНИИгидромаша. – М., 1968. – Вып. 37. – с. 34-42
5. Григорьев В.Н. Определение пульсаций давления в отсасывающей трубе под действием вихря за рабочим колесом гидротурбины // Энергомашиностроение. – 1989. - №9. – с. 42-44
6. Жуковский Н.Е. Вихревая теория гребного винта / ГИТТЛ. – М.-Л., 1950. – 370с. – Библиогр.: с. 367-370
7. Кочин Н.Е. Теоретическая гидромеханика / Н.Е. Кочин, И.А. Кибель, Н.В. Розе. – ГИТЛ, 1948. – 560 с. – Библиогр.: с. 554-557
8. Лаврентьев М.М. Некорректные задачи математической физики и анализа / М.М. Лаврентьев, В.Г. Романов. – М.: Наука, 1980. – 287 с. – Библиогр.: с. 270-284.
9. Ruprecht A. Unsteady Flow Analysis in Hydraulic Turbomachinery // 20th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Cavitations. Charlotte, August 7-9, 2000. – p. 44-52
10. Ruprecht A. Simulation of vortex rope in a turbine draft tube / A. Ruprecht, T. Helmrich, T. Scherer // 21th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Lausanne, September 9-12, 2002. – p. 66-74
11. Skotak A. Of the helical vortex in the turbine draft tube modeling // 20th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Cavitations. Charlotte, August 7-9, 2000. – p. 99-108

12. Skotak A. Effect of the inflow conditions on the unsteady draft tube flow / A. Skotak, J. Mikulasek, L. Lhotakova // 21th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. Lusanne, September 9-12, 2002. – p. 92-99
13. Завьялов П.С. К методу расчета пульсационных характеристик вихревых жгутов за рабочим колесом гидротурбины / П.С. Завьялов, Ю.М. Кухтенков, Ю.А. Подвойский и др. // Проблемы машиностроения. – Харьков: ИПМаш НА-НУ. – 2003. – Т. 6, №2. – с.84-92.
14. Этинберг И.Э., Раухман Б.С. Гидродинамика гидравлических турбин. Л., «Машиностроение», 1978. 280 с.
15. Система моделирования движения жидкости и газа Flow Vision, версия 2.3.3., руководство пользователя. – М.:ТЕСИС, 2007.-299 с.
16. Завьялов П.С. Численное моделирование потока в решетке реактора гидротрансформатора / П.С. Завьялов, В.М. Соловьев, Ю.А. Подвойский // Проблемы машиностроения. – Харьков: ИПМаш НА-НУ. – 2009. – Т.12, №3. – с. 11-21
17. Kubota T. Effect of cone angle at draft tube inlet in hydraulic characteristics of Francis turbine / T. Kubota, S. Jamada // Symposium Operating Problems of Pump Stations and Power Plants. Amsterdam, the Netherlands, September 13-17, 1982. – p. 111-116.